

長方形周界

1. 引言

在過去任教小學四年級的經驗中，不難發現學生在適應高小課程存在不少困難。高小課程對數學思考、分析能力要求愈來愈高，相比「兩位數乘法」、「兩位數除法」等課題，小四學生在個別課題如「倍數」、「因數」、「分數」、「周界」等相對吃力。其中，我選擇了《周界一》中的「長方形周界」作主題，希望能針對當中的細節，謹以個人教學經驗為依據，按學生可能出現的問題作相應的措施。

2. 教學內容及教學目標

這一次教學主題為四年級課題：《長方形的周界》。《長方形的周界》在香港小學數學教育課程綱要中為第二學習階段一度量範疇 4M1《周界一》中的學習目標之一。

《周界一》的學習目標分別為：

1. 認識周界的概念；
2. 量度平面圖形的周界；
3. 計算正方形及長方形的周界；及
4. 計算簡單平面圖形的周界；

並備註為「在進行量度活動時，鼓勵學生先估計後量度。」

學習《長方形的周界》這一課題，學生必須具備以上第 1、2 個學習目標及正方形周界的基礎知識。故以下將對以上學習目標作簡單介紹。《周界一》這課題要求學生掌握的第一學習階段之基礎知識包括：

- i. 度量範疇的「米、厘米和毫米」、
- ii. 圖形與空間範疇的「直線和曲線」、「平面圖形」及
- iii. 數範疇的「四則計算」；

並為小學學習周界的起點，作為小六《周界二》—「圓形的周界」的學習基礎。四個學習目標的內容如下：

- (1) 認識周界的概念：認識周界的定義—閉合平面圖形外圍的邊界長度。並根據周界的四個基本概念—「閉合」、「平面圖形」、「外圍」、「邊界」辨認出不同圖形的周界。
- (2) 量度平面圖形的周界：周界本為直線及/或曲線線段的組合，具有長度。在認識周界的定義後，第二個學習目標即為量度周界的方法：包括直線圖形的周界及曲線圖形的周界。在學習量度周界的過程中，也跟其他學習度量的課題一樣，同時訓練及培

養學生的估量能力。

- (3) 計算正方形及長方形的周界：計算特定平面圖形——正方形及長方形的周界。這一課題運用了四年級課題《四邊形的特性》中正方形四邊長度相等及長方形兩組對邊長度相等的特性，以求出周界公式。並第一次在小學學習過程中，帶出「公式」這個概念。在學習過程中，學生除了需要「求出」公式、「套用」公式外，也必須要能夠「運用」公式。而「運用」公式，正是學生在這一個學習目標中最大的難關。
- (4) 計算簡單平面圖形的周界：「簡單平面圖形」一詞，方間教科書或 TSA 題型中，一般呈現為幾何圖形的組合。基本上以邊長相加，求出總和為周界，當中滲入一定的幾何圖形特性、平行線應用等已有知識。為周界概念及已有知識之綜合應用課題。

《長方形的周界》一課，以上述第 1 及 2 個學習目標為基礎，加上正方形周界的公式運用知識作為起點。《長方形的周界》基本知識並不困難。根據以往經驗，學生在學習長方形周界公式之基本概念的進度差異不大。

然而當學生面對進階之情境，問題則明顯出現——長方形周界的變式題型、圖形外框周界等，均為學生難點所在。最後，除了以上的《周界》問題外，當中更衍生出一個《四則運算》的問題……當出的學習難點詳列如下：

(1) 認識計算長方形周界的公式

按初小學生的學習習慣，學生在學習長方形周界時，往往會出現強記硬背的情況，在不能理解或不願理解的情況下，學生不但不能「運用」公式，更甚的是在綜合練習裡，連基本的「套用」公式時，也會出現跟其他日後學習的公式混淆，不能正確列式的情況。

(2) 長方形周界應用題及變式應用題

跟一般的應用題計算一樣，一些學生理解應用題文字內容的能力較低，會因文字誤解而不能正確列式。主要原因可包括是基本文字分析能力不足或生活經驗不足，最重要是課題與生活經驗的連繫未能確立。所以，就長方形周界這一課題的特定訓練是必須的。

另外，在變式題型的處理方面，除了以上的文字能力外，學生的圖形空間感不足才是學習問題的根本。變式題型包括公式條件變動——「跑了 3 圈」、「長是闊的 4 倍」一類題型，以及合併圖形——「小長方形」、「大長方形」的周界等……皆是學生的難點所在。

(3) 長方形周界公式的的逆向運用

長方形周界公式的逆向運用為這課題的一個難點——提供長方形的周界及其中一條邊長，再求長方形的長或闊。一般來說，我們要求學生能運用公式：

$$\text{「長} = \text{周界} \div 2 - \text{闊} \text{」 及 「闊} = \text{周界} \div 2 - \text{長} \text{」}$$

根據以往經驗，學生在理解及應用的層面上均可能出現障礙，而且學生現階段並未正式學習含有除法的四則混算，要注意學生對以上除減混合算式的接受能力。

3. 教學策略設計

根據以上三個學習難點，我把「長方形周界」這一課題分成三個主要科節，主題分別為：

- i. 長方形周界的計算
- ii. 長方形周界的應用
- iii. 長方形周界公式的的逆向運用

整體課堂設計以：

生活情境為基本——安排有趣味，配合學生生活經驗的情境，確立數學課題與生活息息相關的理念。

探究式學習為主體——主要學習重點以發現式、探究式活動為主，讓學生開放思維空間，體驗數學。

課堂練習為鞏固——設計具針對性、多元性及層次性的課堂練習，鞏固知識及適時回饋。

家課：在合適的情況下以課本練習為基本，加入具針對性設計的工作紙補充。

以下將以課節為單位，介紹當中的教學重點及與難點對應的教學策略。內容為部份教學設計理念，引導及提問方式、詳細活動內容請務必參考附件之教案部份。

第一教節「長方形周界的計算」

根據前述之學習難點，我把這一節的教學目標訂為：

- 教學目標：
1. 學生能找出長方形的周界
 2. 學生能從探究活動中整理出計算長方形周界的公式
 3. 學生能應用長方形周界知識於日常生活

其中第二項：「學生能從探究活動中整理出計算長方形周界的公式」作為建立學生在周界公式的基礎認知，確保學生從根本意義去認識周界公式。

一、導入：

使用情境，利用聖誕節佈置課室作為整個課堂的主題，一方面提供有趣味的情境，另一方面連繫學生的生活經驗和課題「周界」，以裝飾黑板為起點，把學生的已有知識「周界」連繫到「長方形」的黑板，再帶出主題——「長方形」的「周界」。

二、小組探究：計算長方形周界的公式

活動分為四部份，分別是 1.選材製作長方形；2.量度長和闊；3. 計算周界；4. 匯報

第一部份讓學生從不同長度的紙條中選出可以組成長方形的紙條，用意是讓學生引用已有知識「四邊形特性」中的長方形特性——兩組對邊長度相等。

第二部份定義長方形的兩組對邊特有名稱：長和闊。第三部份讓學生以不同的方式列出算式。第四部份的匯報，老師須在之前的活動過程中預先檢視不同組別的算式，選出三個合適的組別作板書，以製造討論空間。最後，引導學生以數字所代表的意義，得出不同的公式，再讓學生選出最簡便的公式。

這一個過程針對前文所述之學習難點(1)，讓學生以「兩組對邊長度相等」這個特性為起點，開始求出長方形周界的計算方法；並在不同的表現方式中，選取最簡便的公式。這樣，這一課題的重點——長方形周界的公式便不是別人授予學生的，而是由學生而生，成為他們知識的一部份。相比去理解一條公式，建立這條公式的過程讓學生更真實體驗這條公式的含意。希望藉理解去加強學生對公式的記憶，為之後的公式應用鋪路。

三、鞏固練習：

以不同層次的練習題及情境應用題，訓練學生套用公式及連繫生活經驗。

四、應用事例：

以生活中的周界應用事例，增加學生對「長方形周界」為生活一部份的意識。

第二教節「長方形周界的應用」

根據前述之學習難點，這一節的目的為：介紹 3 種最常見長方形周界應用的題型。

一、導入：

因此課題為第一教節的延伸，所以導入先以重溫長方形周界公式開始，再以開門見出式點明課堂目標。

二、長方形周界應用：條件變式

針對學生盲目套用公式的慣性，利用變化的資料，練訓學生對長方形公式的 2 個輸入項目：「長和闊」的敏銳性。要求學生在使用公式前必要分辨出目標長方形的長和闊，一步一步的求出周界。

另外，活動後半部份，要求學生認識分部列式及一次列式法，再讓學生比較兩各方法，再按能力建議學生合適的方法。學生通常會選擇後者，因為比較簡便；但強調能力稍遜的學生應先使用較清楚的分部列式法，習慣後才可改用較簡單的一次列式法。

三、長方形周界應用：合併長方形

根據經驗，當提問至「一個長方形的周界 20cm，兩個長方形合併後的周界是多少？」一類擬似乘法提問模式時，必定出現部分學生反射性的把問題當成乘法，而反射性回答 40cm。這一類錯誤看似很荒唐，但明白到問題的成因為初小學生的主要學習慣性一模仿及操練，會出現這個問題實在不難理解。正好從高小的起點一小四，重新糾正及訓練學生的思考模式。所以這一部份以兩個不同的答案為起點：200cm 及 140cm，以動畫喚起學生所知的周界的其中一個定義——「周圍的邊界」。以衝突加深「要認真分析文字」的訊息。

四、長方形周界應用：結果變式

這部份比較簡單，主要為：「周界 x 圈數」及「周界 x 成本」兩部份，學生困難不大，故不安排特別活動。

五、鞏固練習

題 1 為基本應用題型；題 2 以估量配對小遊戲增加學生的長度空間感；題 3 為合併圖形中之概念應用，能反映學生是否理解圖形合併後周界邊線數量改變這概念。

第三教節：長方形周界公式的的逆向運用

根據前述之學習難點，此教節從介紹長和闊和周界的關係開始，透過小組探究，引導學生理解長方形周界公式的的逆向運用。

一、導入：神秘長方形

以「神秘長方形」激發學生好奇心，提高學習興趣。導入部份出示一個條件：周界長度是 20 厘米，讓學生思考，以想像力來「估計」長和闊。

同時，慢慢增加的「提示」，有滲透「定義」長方形的條件數量之效。讓學生慢慢發現，只知道周長，不能定義一個長方形。

*小數為下學期課題，若學生提出小數或毫米，可補充長和闊均是整厘米。

二、小組活動：長方形的長和闊

透過探索「神秘長方形」的長和闊，以繪圖的過程讓學生體會周界、長和闊的關係。若學生能不使用繪圖，直接以公式思考則更佳。

活動主要學習目的為：

1. 長和闊的關係——長和闊的和是 10cm，是周界的 1 半。
2. 周界不變，闊增加，長減少。

三、活動結果引申——公式逆向思考

「周界是 20cm 的長方形有這麼多可能性！怎可以知道是哪個！」學生可以體驗到只有周界，不可以定義長方形。然後得到老師所出示的第二個提示後，謎底便立即解開！這個過程是要學生深深體驗到「周界+長」可定義「闊」這一點。

後半部份以學生列式作為小總結，讓學生整理己身所學。與第二教節的第 2 部分相同，要求學生認識分部列式及一次列式法，再按能力建議學生合適的方法。

四及五、公式應用及鞏固練習工作紙

先展示公式應用及分部/一次列式題解要求。再讓學生完成堂課練習工作紙，並即時回饋。

七、挑戰題

家課工作紙題目：「有一個長方形，它的周界是 16 厘米，而且它的長是闊的 3 倍，求它的長和闊。」當中的兩個條件足夠定義長方形，但「長是闊的 3 倍」這條件並不直接，可讓學生家中自行進行列表探究，鞏固所學。

註：以上為教節一至三的設計詳解，內容主要根據本人學生的情況及過去經驗計設，在不同的教學環境下可能並不適合，單是同校不同屆的學生情況已可有異，敬請垂注。

4. 總結

「長方形周界」這一課題只是學習範疇《周界一》的其中一個學習目標，其實為這樣簡單的一個課題而設計一個教學方案是否大費周章呢？我個人認為，「長方形周界」這一課題基本概念雖然簡單，但可擴展性很高，作為學習《周界》的一個環節，它有著整合概念、引申應用的意義。正因它的擴展性，坊間教材才會出現這麼多不同的變式題型。所以，我謹以自己不完全的教學經驗，詳細的編寫了這個教學設計。希望透過這一次的教學設計，在增進自己之餘，能真正達到它的目的：提升學生學習效能。

5. 參考資料

1. 《數學課程引 小一至小六》2000 年，第四章第四部份「學習單位編排」，頁 28。
2. 廿一世紀現代數學 4 上 B（修訂版）2008 更新版，單元三「圖形的周界」頁 41- 68。

6. 附錄

附錄 1: 教案 (第一至四節)

附錄 2: 工作紙

附錄 3: 教學簡報 (Power Point)